Fachhochschule Heilbronn
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Datei	C:\Aufgaben\Mechanik\Impuls\imp_koer\Hantel.doc
Kapitel	Mechanik ; Drehimpuls
Titel	Schräg eingespannte Hantel
Hinweise:	Kamke Walcher: Kap. 7.7.3, 18.4.2
	Hering: Kap. 2.9.5, 2.9.6
	Alonso Finn: Kap. 11.8
	Dobrinski: Kap. 1.5.3
Gesp. am	11.02.2003

Schräg eingespannte Hantel

Eine (schräg eingespannte) Hantel aus 2 gleichen Massen $m_1 = m_2 = m$ rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$ um die z-Achse. Die Hantel bildet mit der Rotationsachse den (festen) Winkel ϑ.

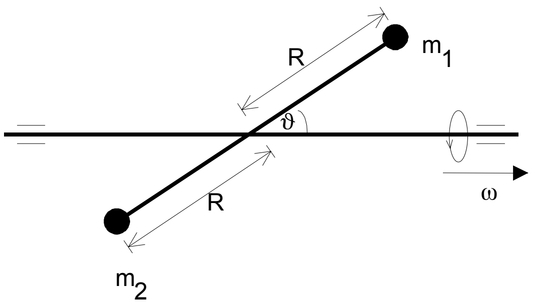
Bestimmen Sie

a) $\vec{r}_1(t)$, den Ortsvektor der Masse m_1 als Funktion der Zeit. Bei $t = 0$ sei m_1 bei $y = 0$.

b) den Drehimpuls $\vec{L}_1(t)$ des Körpers 1 sowie L_{ges} $\vec{L}(t) = \vec{L}_1(t) + \vec{L}_2(t)$

c) das Drehmoment $\vec{M}(t)$, das die Lager ausüben, sowie $\left|\vec{M}\right|$! Bei welchem Winkel ϑ wird $\left|\vec{M}\right|$ maximal?

d) Warum ist hier $\vec{L}$ nicht parallel zur Rotationsachse ($\vec{L} \neq J\vec{\omega}$)?



Ergebnis: a) $\vec{r}(t) = R\begin{pmatrix} \sin\vartheta\cos\omega t \\ \sin\vartheta\sin\omega t \\ \cos\vartheta \end{pmatrix}$; $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$ b) $\vec{L}_1(t) = m[\vec{r}\times\vec{v}] = m[\vec{r}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})] = m[R^2\vec{\omega} - (\omega R\cos\vartheta)\vec{r}(t)]$

$$\vec{L}(t) = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 2\vec{L}_1 = 2m\omega R^2 \begin{pmatrix} -\sin\vartheta\cos\omega t\cos\vartheta \\ -\sin\vartheta\sin\omega t\cos\vartheta \\ 1-\cos^2\vartheta \end{pmatrix}$$

c) $\vec{M}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = 2m\omega^2R^2\sin\vartheta\cos\vartheta \cdot \begin{pmatrix} \sin\omega t \\ -\cos\omega t \\ 0 \end{pmatrix}$ $\left|\vec{M}\right| = 2m\omega^2R^2\sin\vartheta\cos\vartheta$ maximal bei 45°!

d) Rotationsachse ist keine HTA !