Datei	C:\Aufgaben\Schw_Wel\Schwingungen\Beschleunigungssensor.doc
Kapitel	Schwingungen und Wellen ; erzwungene Schwingung
Titel	Beschleunigungssensor-2
Hinweise:	Orear: Kap. 21 Hering: Kap. 5.1.3 - 5.1.5 Dobrinski: Kap. 5.1.5 - 5.1.8 Alonso Finn: Kap. 9.12, 9.7, 9.9 Kamke Walcher: Kap. 13.3, 13.4
Gesp. am	05.11.2003

Beschleunigungssensor-2

Eine Kugel der Masse m = 4 g befindet sich in einem horizontalen Glasrohr und wird (wenn keine weiteren Kräfte auf die Kugel wirken) von zwei Spiralfedern, die zusammen die Federkonstante D = 0,4 N/m haben, in der Mitte des Rohres (x = 0) gehalten. Das Rohr ist mit einem dickflüssigen Öl gefüllt. Wenn sich die Kugel bewegt, dann wirkt auf sie die Reibungskraft $F_R = -k*v$ ($k = 4*10^{-2}$ kg/s). Die Anordnung soll als Beschleunigungssensor in einem Auto verwendet werden.

a) Das Auto beschleunigt von 0 auf 100 km/h in 8 s (konstante Beschleunigung). Wie weit wird die Kugel dabei ausgelenkt (*nachdem die Schwingungen infolge der Dämpfung abgeklungen sind*)?

b) Das Auto fährt nun mit konstanter Geschwindigkeit, die Kugel ist also bei x = 0. Durch kurzes Betätigen der Bremse zum Zeitpunkt t = 0 erhält die Kugel die Geschwindigkeit. $v_0 = 1\ \mathrm{ms}^{-1}$. Berechnen sie die Bewegung der Kugel $x(t)$! (Untersuchen Sie zunächst, ob der Schwing-, Kriech- oder der aperiodische Grenzfall vorliegt!)

c) Zum Zeitpunkt t = 0 setzt plötzlich eine Schwingung ein, die auf die Kugel die Kraft $F(t) = \hat{F} \cdot \cos(\omega_E \cdot t)$ (zusätzlich zu Federkraft und Reibung!) ausübt. ($\hat{F} = 2 \cdot 10^{-3}$ N, $\omega_E = 5\ \mathrm{s}^{-1}$) Berechnen Sie die Bewegung der Kugel $x(t)$

   c_1) für große t (*Einschwingvorgang abgeklungen*)

   c_2) allgemein, mit Berücksichtigung der angegebenen Anfangsbedingungen!!

Ergebnis: a) x = 34,7 mm b) $\delta < \omega_0$; c) $\delta = 5\ \mathrm{s}^{-1}$, $\omega_0 = 10\ \mathrm{s}^{-1}$, Schwingfall (gedämpfte) erzwungene Schwingung. (Amplituden Resonanz bei $\omega_{Res.} = \sqrt{50}\ \mathrm{s}^{-1}$),

Amplitude: $A_0 = 5{,}5 \cdot 10^{-3}$ m ; Phase $\varphi_0 = -33{,}69°$

c_1) eingeschwungener Zustand: $x(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_E \cdot t + \varphi_0)$

c_2) Einschwingvorgang (allgemeine Lösung der inhomogenen DGL):

$$x(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_E \cdot t + \varphi_0) + A_1 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cos(\omega_d t + \varphi_1)$$

$$\varphi_1 = -0{,}776 (= -43{,}9°) \quad A_1 = -6{,}34 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Siehe auch: Sensor.plt