Datei	C:\Aufgaben\Schw_Wel\Schwingungen\Rohr_Luftgefuellt.doc
Kapitel	Schwingungen und Wellen ; erzwungene Schwingung
Titel	luftgefülltes Rohr
Hinweise:	Orear: Kap. 21
	Hering: Kap. 5.1.3 - 5.1.5
	Dobrinski: Kap. 5.1.5 - 5.1.8
	Alonso Finn: Kap. 9.12, 9.7, 9.9
	Kamke Walcher: Kap. 13.3, 13.4
Gesp. am	20.05.2003

luftgefülltes Rohr

Ein mit Luft gefülltes Rohr (Radius *R*) wird durch einen verschiebbaren massiven Kolben (Länge *H*, Dichte ρ) gasdicht in zwei Teile unterteilt. In der Gleichgewichtslage ($x = 0$) herrscht links und rechts der gleiche Druck p_0, die linke (rechte) Gassäule hat dann die Länge L_l (L_r).

a) Berechnen Sie die resultierende Kraft $F(x)$ auf den Kolben, wenn dieser um die Strecke *x* verschoben wird! *(Die Bewegung soll so schnell verlaufen, dass jeglicher Wärmeaustausch vernachlässigt werden kann)*

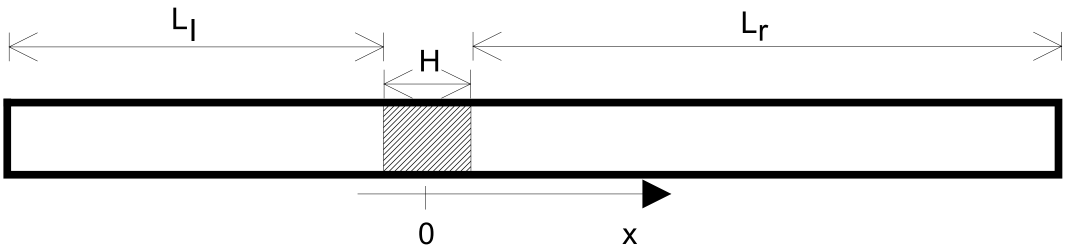
b) Zeigen Sie, dass für kleine Auslenkungen *x** die reibungsfreie Bewegung des Kolbens durch die DGl des harmonischen Oszillators beschrieben wird mit $\omega_0^2 = \frac{p_0 \kappa}{\rho H}\left(\frac{1}{L_l} + \frac{1}{L_r}\right)$! **Hinweis: verwenden Sie für* $\varepsilon = \frac{x}{L} << 1$ *die Näherung* $(1 \pm \varepsilon)^{-\kappa} \approx 1 \mp \kappa\varepsilon$*!*

c) Zwischen Kolben und Rohrwand soll sich eine dünne Ölschicht der Dicke *d* mit der Viskosität η befinden. Welche zusätzliche Kraft ist dann zu berücksichtigen? Welcher Abklingkoeffizient γ ergibt sich für die Schwingung? (*nur Formel!*) Welche Viskosität η_{ap} ergibt gerade aperiodische Dämpfung des Systems?

d) Die Viskosität des Öls sei nun $\eta = 0{,}6 * \eta_{ap}$. Das System werde durch eine harmonische äußere Kraft $F_E(t)$ (z.B. magnetisch) zu erzwungenen Schwingungen mit der Kreisfrequenz ω_E angeregt.

- Bei welcher Erregerfrequenz tritt Amplitudenresonanz auf?
- Wie groß ist die Schwingungsamplitude bei der Resonanzfrequenz, wenn bei sehr kleiner Erregerfrequenz (mit gleicher Kraft) eine Amplitude von 1 mm erreicht wird?
- Skizzieren Sie $F_E(t)$ und $x(t)$ für den Fall $\omega_E = \omega_0$!

Zahlenbeispiel: $p_0 = 10^5$ Pa, $\kappa = 1{,}4$, $L_l = 0{,}50$ m, $L_r = 0{,}25$ m, $H = 0.02$ m, $\rho = 2{,}7\ 10^3$ kg/m^3, $d = 0.05$ mm, $R = 0.01$ m



Ergebnis: a) $F(x) = -\pi R^2 p_0 \left[\left(1 - \frac{x}{L_r}\right)^{-\kappa} - \left(1 + \frac{x}{L_l}\right)^{-\kappa} \right]$ b) $F(x) \approx -kx \quad k = m \cdot \omega_0^2$

c) $\eta_{ap} = 0{,}168\,\text{Pas}$ d) $\omega_{res} = 65{,}99 \frac{1}{\text{s}}$ Ampl. = 1,042 mm