Fachhochschule Heilbronn
Hochschule für Technik und Wirtschaft
University of Applied Sciences

Datei	C:\Aufgaben\Schw_Wel\Wellen\Hohlleiter.doc
Kapitel	Schwingungen und Wellen ; Wellen
Titel	rechteckiger Hohlleiter
Hinweise:	Orear: Kap. 20
	Hering: Kap. 4.5, 5.2.2
	Dobrinski: Kap. 5.2.5.4
	Alonso Finn: Kap. 24
	Kamke Walcher: Kap. 13.7
	Bergmann Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 2 Kap. 7.5
	Crawford: "berkeley physic course" vol.3 waves Kap. 4.2
Gesp. am	17.06.2003

rechteckiger Hohlleiter

Im Innern eines rechteckigen Hohlleiters (Breite *b*) soll sich eine elektromagnetische Welle entlang *z* ausbreiten (untere Abbildung). Betrachten Sie nur Wellen, bei denen der Vektor $\vec{E}$ in *x*-Richtung zeigt und unabhängig von *x* ist (für festes *y*,*z*,*t*):
$\vec{E} = E(y,z,t)\cdot\vec{e}_x$ Hinweis: Teil c-e) kann auch ohne a) u. b) bearbeitet werden, wenn das Ergebnis (**) aus b) übernommen wird!

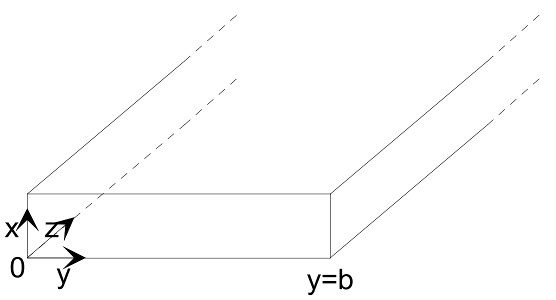
a) Welche DGl. beschreibt die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im Innern (in Vakuum bzw. Luft) des Hohlleiters? Hinweis: Da *E* von *y* und *z* abhängt, muss gegenüber dem 1-dim. Fall (Vorlesung) $\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$ durch $\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$ ersetzt werden!

b) Welche Randbedingungen muss die Welle bei *y* = 0 und *y* = *b* erfüllen? Zeigen Sie, dass der Ansatz $E(y,z,t) = E_0\cdot\sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)\cdot\cos(kz-\omega t)$ (*) die DGl (sowie die Randbedingungen) erfüllt, falls zwischen ω und *k* die Beziehung $\omega^2 = c_0^2\cdot\left[\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + k^2\right]$ (**) gilt! (c_0 : Vakuumlichtgeschwindigkeit) Begründen Sie diesen Ansatz! Welche Art von Wellen beschreibt (*) ("in y"- bzw. "in z-Richtung")?

c) Berechnen Sie die Phasengeschwindigkeit *c* sowie die Gruppengeschwindigkeit c_{Gr} der Welle! Welche minimale Frequenz f_{min} ist erforderlich, damit sich im Hohlleiter überhaupt eine Welle ausbreiten kann?

d) Zeigen Sie, dass hier stets $c > c_0$ ist! Kann deshalb mit einem Hohlleiter Energie und/oder Informationen mit "Überlichtgeschwindigkeit" übertragen werden? Wie groß ist ($c\cdot c_{Gr}$) ?

e) Berechnen Sie für *b* = 5 cm, *f* = 10 GHz: ω, k, λ, c und c_{gr} !



FHHN

Ergebnis: a) $\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$

b) $E(0) = E(b) =$; aus Einsetzen in a) ==> $\omega^2 = ...$

Begründung: Harmonische Funktion -laufende Welle in z-Richtung

-stehende Welle in y-Richtung

Grundschwingung($ky = \frac{\pi}{b}$ $b \rightarrow \frac{\lambda}{2}$)

c) $c = \frac{\omega}{k} = c_0\sqrt{\left(\frac{\pi}{b \cdot k}\right)^2 + 1}$; $c_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c_0^2}{c}$ $\omega_{\min} : k = 0\ (\lambda \rightarrow \infty) \Rightarrow f_{\min} = \frac{c_0}{2 \cdot b}$

d) $c = c_0\sqrt{\left(\frac{\pi}{b \cdot k}\right)^2 + 1}$ da : $\sqrt{\left(\frac{\pi}{b \cdot k}\right)^2 + 1} > 1 \Rightarrow c_{gr} = \frac{c_0^2}{c} < c_0!$

e) $\omega = 6{,}28 \cdot 10^{10}\ \frac{1}{s}$; $k = 199{,}94\ \frac{1}{m}$; $\lambda = 3{,}14\text{cm}$; $c = 3{,}14 \cdot 10^8\ \frac{m}{s} > c_0$; $c_{gr} = 2{,}86 \cdot 10^8\ \frac{m}{s} < c_0$